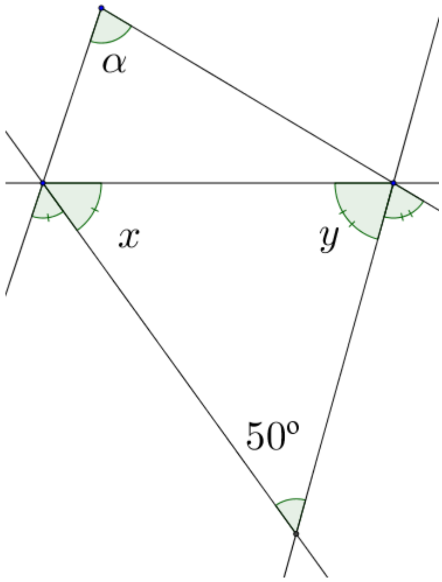
PROVA BRANCA				PROVA VERDE				PROVA AZUL				PROVA AMARELA			
1	C	**21**	E	**1**	C	**21**	D	**1**	C	**21**	E	**1**	B	**21**	E
2	D	**22**	D	**2**	C	**22**	C	**2**	E	**22**	D	**2**	C	**22**	B
3	D	**23**	B	**3**	E	**23**	E	**3**	D	**23**	E	**3**	E	**23**	C
4	C	**24**	D	**4**	C	**24**	D	**4**	B	**24**	D	**4**	C	**24**	E
5	B	**25**	E	**5**	A	**25**	E	**5**	A	**25**	A	**5**	C	**25**	D
6	E	**26**	D	**6**	A	**26**	E	**6**	B	**26**	D	**6**	D	**26**	A
7	B	**27**	B	**7**	C	**27**	D	**7**	C	**27**	A	**7**	B	**27**	*
8	C	**28**	E	**8**	A	**28**	A	**8**	C	**28**	C	**8**	D	**28**	D
9	D	**29**	A	**9**	D	**29**	A	**9**	A	**29**	B	**9**	A	**29**	E
10	A	**30**	A	**10**	C	**30**	*	**10**	*	**30**	D	**10**	D	**30**	D
11	*	**31**	D	**11**	E	**31**	B	**11**	A	**31**	D	**11**	D	**31**	E
12	A	**32**	D	**12**	C	**32**	B	**12**	D	**32**	E	**12**	A	**32**	B
13	C	**33**	E	**13**	D	**33**	D	**13**	C	**33**	A	**13**	B	**33**	A
14	C	**34**	A	**14**	B	**34**	E	**14**	B	**34**	E	**14**	C	**34**	A
15	B	**35**	D	**15**	B	**35**	*	**15**	E	**35**	E	**15**	*	**35**	D
16	A	**36**	C	**16**	D	**36**	D	**16**	B	**36**	*	**16**	B	**36**	D
17	B	**37**	E	**17**	*	**37**	A	**17**	C	**37**	D	**17**	A	**37**	D
18	D	**38**	*	**18**	D	**38**	D	**18**	D	**38**	*	**18**	C	**38**	E
19	E	**39**	D	**19**	B	**39**	E	**19**	D	**39**	D	**19**	E	**39**	*
20	C	**40**	*	**20**	B	**40**	D	**20**	C	**40**	B	**20**	C	**40**	D

* Questão anulada

GABARITO COMENTADO – PROVA AZUL

PROVA DE MATEMÁTICA

01. Solução: Letra C.



Primeiramente,

$$x+y+50=180 \Leftrightarrow x+y=130$$

Como a soma dos ângulos externos do triângulo é 360º temos:

$$2x+2y+180-\alpha=360 \quad \Rightarrow \quad \alpha=80^{\circ}$$

---

02. Solução: Letra E.

O único possível ponto de descontinuidade é $x=3$, logo é necessário e suficiente que:

$$f(3)=\lim_{x\to 3^+} f(x)=\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3} f(x)=4$$

Logo,

$$A^2.3-A=4 \quad \Leftrightarrow \quad 3A^2-A-4=0$$

$$A=\frac{4}{3} \quad ou \quad A=-1$$

---

03. Solução: Letra D.

Esse problema é um caso particular do teorema de Turán que determina a condição para que um grafo de V vértices, não admita um ciclo de tamanho p relacionando ao número A de arestas.

$A \leq \dfrac{p-2}{p-1}.\dfrac{V^2}{2}$ (teorema de Turán)

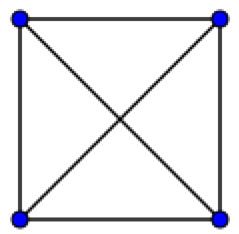
Pelas condições do enunciado, como saem 3 arestas de cada vértice e temos V vértices, o número de arestas será dado por : $A=\frac{3V}{2}$ e P=3 (Ciclo triangular)

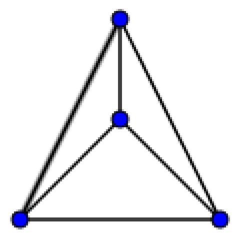
$$\frac{3V}{2}\le\frac{3-2}{3-1}.\frac{V^2}{2}\Leftrightarrow\frac{3V}{2}\le\frac{V^2}{4}\Leftrightarrow V\ge 6$$

Uma outra ideia era testar o caso n= 4 e logo em seguida construir um exemplo para n= 6. Vamos considerar as pessoas como pontos. De cada ponto devem sair 3 arestas. Entretanto a condição de não haver 3 pessoas que se conheçam 2 a 2, equivale a não haver um ciclo triangular.

Caso n= 4

Como há 3 pontos saindo de cada vértice, teremos um total de $\frac{3.4}{2}=6$ arestas.

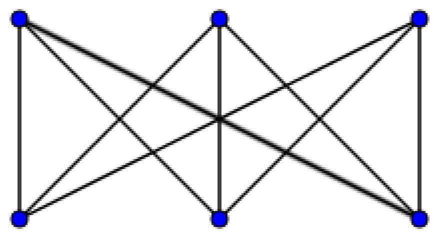




Observe que nesse caso geraremos um ciclo triangular, contradizendo o enunciado.

Caso n=6

Observe a ilustração abaixo:



Portando para n= 6 existe uma solução.

04. Solução: Letra B.

Fazendo $x=-2; y=-\frac{1}{2}$ temos:

$$f\left(-2.\left(-\frac{1}{2}\right)\right)=-\frac{f\left(-\left(-\frac{1}{2}\right)\right)}{-2}\quad\Leftrightarrow\quad f(1).2=f\left(\frac{1}{2}\right)\quad\Rightarrow\quad f\left(\frac{1}{2}\right)=2.2=4$$

05. Solução: Letra A.

Derivando obtemos $f'(x)=\frac{-1}{x^2}$.

Seja $y=ax+b$ a reta desejada, temos: $a=f'(5)=-\frac{1}{25}$.

Como a reta passa pelo ponto $\left(5,\dfrac{1}{5}\right)$ temos:

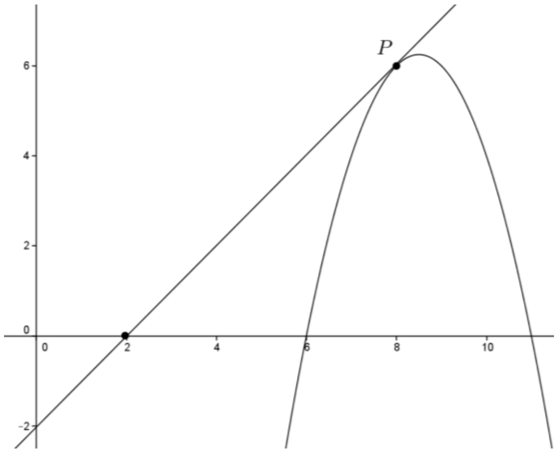
$$\left(5,\frac{1}{5}\right)\in y=\frac{-1}{25}x+b \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{5}=-\frac{1}{25}\cdot 5+b \quad \Leftrightarrow \quad b=\frac{2}{5}$$

Logo a reta será: $x+25y-10=0$.

---

06. Solução: Letra B.

A questão se resume em determinar o ponto de tangência da reta tangente traçada de $(2,0)$ à parábola.



A equação da reta tangente pode ser dada por:

$$y-y_0=m\left(x-x_0\right)$$
$$y-0=m\left(x-2\right)$$
$$y=mx-2m$$

A interseção da reta e da parábola determina um único ponto, o ponto $P(a,b)$. Logo,

$$\begin{cases} y=mx-2m \\ y=-x^2+17x-66 \end{cases}$$

$$mx-2m=-x^2+17x-66$$
$$x^2+\left(m-17\right)x+\left(66-2m\right)=0$$
$$\Delta=0$$
$$\left(m-17\right)^2-4.1.\left(66-2m\right)=0$$
$$m^2-26m+25=0$$
$$m_1=1 \quad ou \quad m_2=25$$

O coeficiente angular da reta tangente é dado por:

$$y=-x^2+17x-66$$
$$y'=-2x+17$$
$$P\left(a,b\right) \quad \Rightarrow \quad m=-2a+17$$

Ou seja,

$m=-2a+17=1 \quad \Rightarrow \quad a=8 \quad \Rightarrow \quad b=-8^2+17.8-66=6$

$m=-2a+17=25 \quad \Rightarrow \quad a=-4$

Como o ponto $P(a,b)$ encontra-se no 1º quadrante, o ponto a partir do qual garante a segurança do coelho é $P(8,6)$.

07. Solução: Letra C.

Seja x o número de reduções, temos que a receita será:

$$r(x)=(9-x)(300+100x) \quad \Leftrightarrow \quad r(x)=2700+600x-100x^2$$

$$x_V=\frac{-b}{2a}=\frac{-600}{2.(-100)}=3$$

Logo o preço será: $9-3=6$.

08. Solução: Letra C.

	Tinha	Pagou	Sobrou
1ª	k	$\frac{k}{2}+2$	w
2ª	w	$\frac{w}{2}+2$	z
3ª	z	$\frac{z}{2}+2$	y
4ª	y	$\frac{y}{2}+2$	x
5ª	x	$\frac{x}{2}+2$	20

Notamos que em cada linha temos: Tinha = pagou + sobrou, daí:

$$x=\frac{x}{2}+2+20 \Rightarrow x=44$$

$$y=\frac{y}{2}+2+44 \Rightarrow y=92$$

$$z=\frac{z}{2}+2+92 \Rightarrow z=188$$

$$w=\frac{w}{2}+2+188 \Rightarrow w=380$$

$$k=\frac{k}{2}+2+380 \Rightarrow k=764$$

Logo o aluno entrou com R$764,00 na primeira loja.

09. Solução: Letra A .

Seja $z = x + yi$, podemos reescrever o sistema:

$$\begin{cases} \left|(x-2)+yi\right| = \left|(x+4)+yi\right| \\ \left|(x-3)+yi\right| + \left|(x+3)+yi\right| = 10 \end{cases}$$

Resolvendo a linha 1 do sistema obtemos,

$$\sqrt{(x-2)^2+y^2} = \sqrt{(x+4)^2+y^2}$$

$$(x-2)^2 = (x+4)^2$$

$$x-2 = \pm(x+4)$$

$$(i) \quad x-2 = x+4 \quad \Rightarrow \quad S = \varnothing$$

$$(ii) \quad x-2 = -(x+4) \quad \Rightarrow \quad x = -1$$

Para $x = -1$, resolvendo a linha 2 do sistema obtemos,

$$\sqrt{(-1-3)^2+y^2} + \sqrt{(-1+3)^2+y^2} = 10$$

$$\sqrt{16+y^2} + \sqrt{4+y^2} = 10$$

$$\left(\sqrt{16+y^2}\right)^2 = \left(10-\sqrt{4+y^2}\right)^2$$

$$16+y^2 = 100-20\sqrt{4+y^2}+\left(4+y^2\right)$$

$$\sqrt{4+y^2} = \frac{22}{5}$$

$$y = \pm\frac{8\sqrt{6}}{5}$$

Logo,

$$z_1 = -1+\frac{8\sqrt{6}}{5}i \quad ou \quad z_1 = -1-\frac{8\sqrt{6}}{5}i$$

---

10. Solução: ANULADA.

Primeiramente temos que $i^{4k+2} = \left(i^4\right)^k.i^2 = -1$

Temos uma P.G. de razão i e primeiro termo 1.

$$1+i+i^2+i^3...i^n = \frac{\left(i^{n+1}-1\right)}{i-1} = \frac{i^{4k+2}-1}{i-1} = \frac{-2}{i-1} = 1+i$$

Na alternativa B temos $1+i^n$, como $n = 4k+1$ temos que:

$1+i^n = 1+\left(i^4\right)^k.i = 1+i$, que é igual a letra E.

Temos dois gabaritos corretos, com isso pedimos anulação da questão 10 da prova azul.

---

11. Solução: Letra A.

$$w = Av \quad \Leftrightarrow \quad (64,107,29) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 2x + 2y = 64 \\ 3x + 3y + z = 107 \\ x + z = 29 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 18,\ y = 14,\ z = 11$$

---

12. Solução: Letra D.

Seja o triângulo ABC de coordenadas $A(3,7);\ B(1,1);\ C(9,6)$ e seja H o pé da altura baixada de A sobre BC.

Primeiro vamos determinar a reta suporte de BC:

$$m_{BC} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6-1}{9-1} = \frac{5}{8}$$

e

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$
$$y - 1 = \frac{5}{8} \cdot (x - 1)$$
$$y = \frac{5}{8} \cdot x + \frac{3}{8}$$

Em segundo, vamos determinar a reta suporte de AH:

$$m_{AH} . m_{BC} = -1 \quad \Rightarrow \quad m_{AH} = -\frac{8}{5}$$

e

$$y - 7 = -\frac{8}{5} \cdot (x - 3)$$
$$y = -\frac{8}{5} \cdot x + \frac{59}{5}$$

A interseção das duas retas suportes será no ponto solicitado, ou seja,

$$\begin{cases} y = \frac{5}{8} \cdot x + \frac{3}{8} \\ y = -\frac{8}{5} \cdot x + \frac{59}{5} \end{cases}$$

Portanto, $x = \frac{457}{89}$ e $y = \frac{319}{89}$.

---

13. Solução: Letra C.

Seja h o número de homens e u o número de mulheres, ou seja,

$\frac{h}{u} = \frac{7}{10} \quad \Leftrightarrow \quad 10h = 7u$ e ainda:

$$\frac{h + 225}{u - 150} = \frac{9}{10}$$

$$10h + 2550 = 9 \cdot 150 + 9u$$
$$7u + 2250 = -1350 + 9u$$
$$u = 1950 \quad \Rightarrow \quad h = 1365$$

Logo $h+u=3315$

14. Solução: Letra B.

Primeiramente vamos determinar a Parábola com raízes 0 e 6, ou seja,

$g(x)=a(x-0)(x-6)$, como o ponto $(3,9)$ pertence ao gráfico temos:
$g(3)=a(3)(3-6)=9 \Rightarrow a=-1$.

Logo a função do segundo grau será $g(x)=-x^2+6x$.

Tomemos a reta na forma $h(x)=mx+d$, como a reta passa pelo ponto $(0,0)$ e $(6,2)$ temos:
$h(6)=m.6+0=2 \Rightarrow m=\dfrac{1}{3}$. Logo a reta é dada por $h(x)=\dfrac{1}{3}x$.

Determinemos os pontos de interseção e, por conseguinte, a área.

$$h(x)=g(x)$$
$$\frac{1}{3}x=-x^2+6x$$
$$3x^2-17x=0$$
$$x=0 \quad ou \quad x=\frac{17}{3}$$

Para a integral teremos:

$$A=\int_0^{\frac{17}{3}}\left[\left(-x^2+6x\right)-\left(\frac{1}{3}x\right)\right]dx$$
$$A=\int_0^{\frac{17}{3}}\left[-x^2+\frac{17}{3}x\right]dx$$
$$A=\left(-\frac{x^3}{3}\right)+\frac{17}{3}\frac{x^2}{2}\Bigg|_0^{\frac{17}{3}}=\frac{4913}{162}$$

15. Solução: Letra E.

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{d}{dx}\left(x^3-4\right)+\frac{5}{(x-2)^{-1}}=-4(x+1)+4x$$
$$\frac{1}{3}\cdot\left(3x^2\right)+5\cdot(x-2)=-4x-4+4x$$
$$x^2+5x-6=0$$
$$x_1=-6 \quad ou \quad x_2=1$$

Ou seja, determinamos o conjunto C.

$C = \{1, -6\}$

$a_1 = 1 \quad e \quad a_2 = -6 \quad \Rightarrow \quad a_1^{\ 2} + a_2^{\ 2} = (-6)^2 + 1^2 = 37$

---

16. Solução: Letra B.

Sabemos que o raio da circunferência inscrita (r) é a metade do raio da circunferência circunscrita (R) no triângulo equilátero.

Temos: $2\pi R = 10\pi \quad \Rightarrow \quad R = 5 \quad \Rightarrow \quad r = \dfrac{5}{2}$

Logo, $A = \pi . r^2 = \pi . \left(\dfrac{5}{2}\right)^2 = \dfrac{25\pi}{4}$

---

17. Solução: Letra C.

Notemos que em n rodadas a probabilidade de acertar todos os tiros é $P = (0,9)^n$ e a probabilidade de não acertar todos os tiros é $\overline{P} = 1 - (0,9)^n$, logo:

$$P < \overline{P}$$
$$(0,9)^n < 1 - (0,9)^n$$
$$2 \cdot (0,9)^n < 1$$
$$\left(\frac{9}{10}\right)^n < \frac{1}{2}$$

Para chegarmos a uma solução sem partir das opções faremos uso de logaritmos.

$$log_{10}^{\left(\frac{9}{10}\right)^n} < log_{10}^{\left(\frac{1}{2}\right)}$$
$$n \cdot \left(2 \cdot log_{10}^{\ 3} - 1\right) < -log_{10}^{\ 2}$$
$$n \cdot \left(2 \cdot 0,477 - 1\right) < -0,301$$
$$n > \frac{301}{46} \cong 6,54$$

Ou seja, o primeiro valor inteiro do número de tiros será $n = 7$.

---

18. Solução: Letra D.

Primeiro vamos lembrar o número de faces, vértices e arestas dos cinco poliedros de Platão:

	Nº de Faces	Nº de Vértices	Nº de Arestas
TETRAEDRO	4	4	6
HEXAEDRO	6	8	12
OCTAEDRO	8	6	12
DODECAEDRO	12	20	30
ICOSAEDRO	20	12	30
Total	50	50	90

O número total de faces é 50, o número total de vértices é 50 e o número total de arestas é 90. Nesse sentido, numerando faces, vértices e arestas, sem repetir nenhum número, serão necessários $50+50+90=190$ números.

A probabilidade de o número sorteado ser vértice será:

$$P=\frac{50}{190}=\frac{5}{19}$$

19. Solução: Letra D.

Para cada posição dos copos há duas possibilidades (azul e vermelho).
Usando o principio multiplicativo temos 2.2.2.2 = 16.

Também temos cinco situações distintas.
4 bolas, 3 bolas, 2 bolas, 1 bola e 0 bola.

- Com 4 bolas, teremos:

3 verdes e 1 amarela → permutando nos copos teremos 4 possibilidades.
2 verdes e 2 amarelas → permutando nos copos teremos 6 possibilidades.

- Com 3 bolas, teremos:

3 verdes → permutando nos copos teremos 4 possibilidades.
3 verdes e 1 amarela → permutando nos copos teremos 12 possibilidades.
1verde e 2 amarelas → permutando nos copos teremos 12 possibilidades.

- Com 2 bolas, teremos:

2 verdes → permutando nos copos teremos 6 possibilidades.
2 Amarelas → permutando nos copos teremos 6 possibilidades.
1 verde e 1 amarela → permutando nos copos teremos 12 possibilidades.

- Com 1 bola, teremos:

1 verde → permutando nos copos teremos 4 possibilidades.
1 amarela → permutando nos copos teremos 4 possibilidades.

- Com 0 bolas, teremos:

Só 1 possibilidade.

Total então ficará $16.\left(4+6+4+12+12+6+6+12+4+4+1\right)=16.71=1136$.

20. Solução: Letra C.

A chance de acertar a porta na primeira escolha é 1/3.

Vamos pensar em trocar a porta, temos três portas P1, P2 e P3.
Escolhendo sempre a porta P1, temos:

- Se P1 for a porta premiada.
Se trocamos para P2 ou P3 não ganharemos nada.

- Se P2 for a porta premiada.
O apresentador irá abrir a porta 3 (P3) e, se trocarmos, ganhamos.

- Se P3 for a porta premiada.
O apresentador irá abrir a porta 2 (P2) e, se trocarmos, ganhamos.

Dos três casos, em dois ganhamos, então a probabilidade de vencermos será 2/3.

Logo, trocando a porta temos maior chance de ganhar.

Comentário da equipe de matemática:

A prova deste ano manteve uma boa abrangência tanto no nível de dificuldade das questões, entre fáceis médias e difíceis, quanto entre os assuntos abordados pelo edital.
Na nossa visão as questões mais acessíveis da prova foram as de geometria plana, enquanto as questões com maior nível de dificuldade foram as de probabilidade, com destaque para a questão da porta premiada, conhecido como problema de Monty Hall.
As questões de cálculo mantiveram o nível de dificuldade de anos anteriores, com destaque para a questão de área no gráfico que foi cobrada pela primeira vez.
De modo geral consideramos as questões bem escritas e com enunciados claros. Apenas a questão do somatório de números complexos, no nosso ponto de vista, é passível de anulação devido ao duplo gabarito.
Parabenizamos a banca pelo trabalho coerente e bem feito e acreditamos que esta cumprirá o papel de selecionar os melhores alunos.

Equipe de professores do gabarito:

Anderson Izidoro
Bruno Pedra
Carlos Eduardo (Cadu)
Edgar Dutra
Êurope Gorito
Rafael Sabino

PROVA DE FÍSICA

21. Solução: Letra E.

Aplicando a condição de força resultante nula ao corpo, teremos

$$\vec{E} + \vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$$

$$T = P - E \therefore T = mg - \mu_a . g . V_E \therefore$$

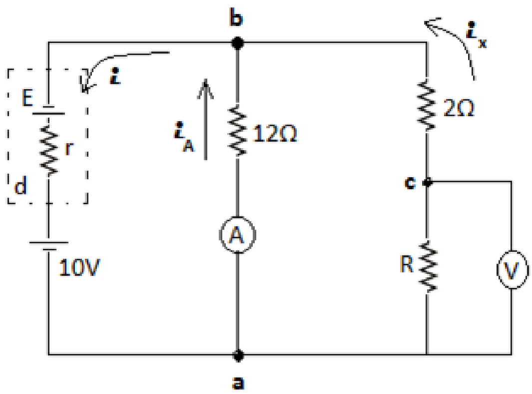
$$\therefore T = 0{,}5 . 10 - 10^3 . 10 . 0{,}1 . 10^{-3} \therefore$$

$$\therefore \boxed{T = 4{,}0N}$$

$$\text{Como } v = \left(\frac{T}{\mu c}\right)^{1/2} = \left(\frac{4}{1{,}2 . 10^{-3}}\right)^{1/2}$$

$$\therefore v = \frac{100\sqrt{3}}{3} \cong \boxed{\mathbf{57{,}7\ m/s}}$$

22. Solução: Letra E.



Pela figura, temos:

$U = V_{db} = 18V;$

Então: $V_{ab} = -10 + 18 \quad \therefore V_{ab} = 8V;$

Com isto: $i_A = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ A

Pelo enunciado:

$$\frac{V_{ac}}{i_a} = 2 \quad \therefore V_{ac} = = \frac{4}{3} V$$

$$V_{cb} = V_{ab} - V_{ac} = 8 - \frac{4}{3} \quad \therefore \quad V_{cb} = \frac{20}{3} V$$

Finalmente:

$$i_x = \frac{V_{cb}}{2} = \frac{20/3}{2} \therefore \boxed{i_x = \frac{10}{3} A}$$

Então: $i = i_a + i_x = \frac{2}{3} + \frac{10}{3} = 4A$

Pelo enunciado: $P_t = E.i \therefore E = \frac{80}{4} = 20V$

Finalmente: $\eta = \frac{U}{E} = \frac{18}{20} = 0.9$

$\boxed{\text{O rendimento é de 90\%.}}$

---

23. Solução: Letra E.

Fazendo a analise dimensional para a grandeza dada, temos:

$[X] = \frac{K.F.v}{P^2.\ a^3}$; $[x] = \frac{[F].[v]}{[P]^2.[a]^3}$

$[X] = \frac{[v]}{[m].[a]^4} = \frac{L.T^{-1}}{M.(L.T^{-2})^4}$

$[x] = \frac{L.T^{-1}}{M.L^4.T^{-8}} = L^{-3}.M^{-1}.T^7$

---

24. Solução: Letra D.

Fazendo o cálculo da Capacitância equivalente, temos:

$C_{FG} = \frac{40}{3}\mu F$

Determinando a carga elétrica total, teremos:

$Q = C_{FG}\ .\ V_{FG} = \frac{40}{3}\ .\ 60 = 800\mu C$

Calculamos a d.d.p. nos terminais do capacitor dado:

$V_{EF} = V_x = \frac{800}{40} = 20V$

Determinando agora a velocidade vertical da partícula no instante que a chave é ligada, teremos:

$V_y = g \cdot t_{DA} = 10 \cdot 0{,}6 \therefore V_y = 6\,m/s$

Podemos ainda calcular o deslocamento vertical da mesma:

$$\Delta h = \frac{g \cdot tda^2}{2} = \frac{10 \cdot 0{,}6^2}{2} \therefore \boxed{\Delta h = 1{,}8m}$$

Uma vez ligada a chave, teremos um campo elétrico entre as placas, que produzirá uma força elétrica horizontal, acelerando a partícula nessa direção:

$$F = q.E = m \cdot a_x \quad \therefore \quad a_x = \frac{q \cdot Vx}{m \cdot Dcd} \quad \therefore \quad a_x = \frac{4.10^{-6}.20}{2.10^{-3}.4.10^{-2}}$$

$a_x = 1{,}0\ m/s^2$

Desta forma, podemos determinar o tempo necessário pra partícula colidir com a placa:

$$\Delta S_x = (a_x \cdot t_{ab}^2) \cdot \frac{1}{2} \therefore t_{ab} = 0{,}2s$$

Calculamos agora o deslocamento vertical nesse intervalo de tempo:

$$\Delta y = V_y \cdot t_{ab} + (g.t_{ab}^2) \cdot \frac{1}{2} \therefore \Delta y = 6.0{,}2 + 0{,}2$$

$$\boxed{\Delta y = 1{,}4m}$$

Finalmente:

$$d_{BC} = 4 - 1{,}8 - 1{,}4 \therefore \boxed{d_{BC} = 0{,}8m}$$

---

25. Solução: Letra A.

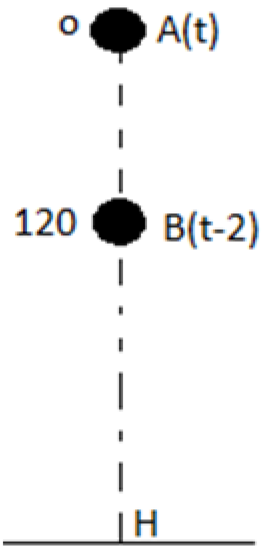
A frequência dos harmônicos pode ser determinada pela expressão:

$$f_n = \frac{n}{2L} \cdot \left(\frac{T}{\mu}\right)^{1/2} \quad \therefore \quad T = \left(\frac{2L \cdot f}{n}\right)^2 \cdot \mu$$

$$T = \left(\frac{2.2.100}{3}\right)^2 \cdot 10^{-3} \quad \therefore \quad T = \frac{160}{9}\ N$$

Como: $T = P_p + M_a \cdot g \quad \therefore \quad M_a = \dfrac{\frac{160}{9} - 5}{10} \quad \therefore \quad M_a = \dfrac{115}{90} \cong$ **1,28 kg**

26. Solução: Letra D.



$h_a = h_b$

$\frac{1}{2}(gt^2) = 120 + \frac{g(t-2)^2}{2} \quad \therefore \quad 5t^2 = 120 + 5t^2 - 20t + 20$

$\therefore t = 7s$;

Com isto: $H = \frac{10.7^2}{2} = \mathbf{245m}$

27. Solução: Letra A (ANULADA).

Inicialmente, temos:

$Fel = P = k.\Delta x \quad \therefore \quad k = \frac{m.g}{\Delta x} \quad \therefore \quad k = \frac{10.10}{0,5} = 200\ N/m$

Ao substituir a massa, podemos determinar o novo período do MHS:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{12,5}{200}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{16}} \quad \therefore \boxed{T = \frac{\pi}{2}s}$

OBS: A questão deve ser anulada por conter um erro de digitação no enunciado!

28. Solução: Letra C.

Por se tratar de um tubo fechado, calculamos a frequência através da relação abaixo:

$f_i = \frac{n.v}{4.L} \quad \therefore \quad L = \frac{1.340}{4.1020} = \frac{1}{12} m \quad \therefore \quad L = \frac{25}{3} cm$

O volume do tubo é dado por:

$V = \pi R^2.L \quad \therefore \quad R = \sqrt{\frac{V}{\pi.L}} \quad \therefore \quad R = \sqrt{\frac{100}{3.\frac{25}{3}}} \quad \therefore |\mathbf{R = 2cm}$

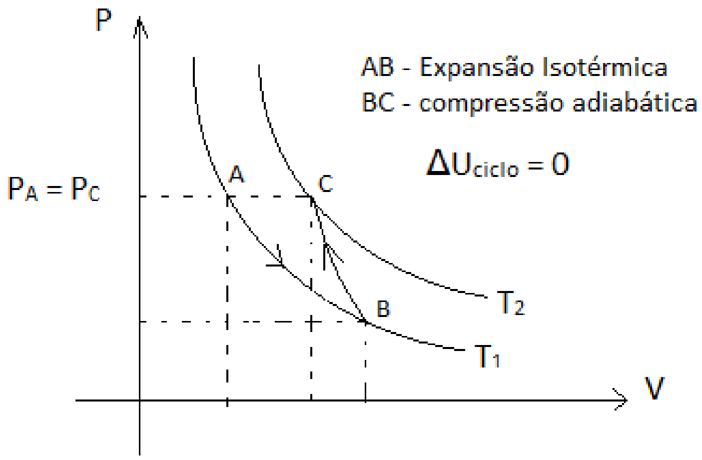
29. Solução: Letra B.

$f = 900 \text{ rpm} = 15 \text{ Hz}$

$v = wR = 2\pi fR = 2.\ 3{,}1\ .15\ .0{,}3$

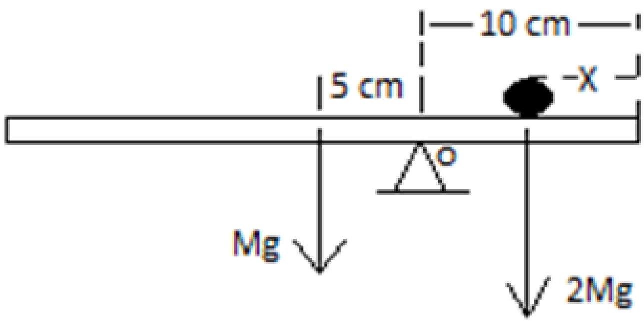
$\boxed{v \cong 28 \text{ m/s}}$

30. Solução: Letra D.



Para completar o ciclo só é possível com uma compressão isobárica, dentre as opções.

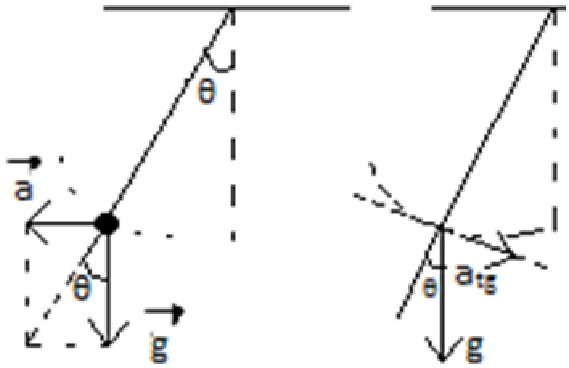
31. Solução: Letra D.



$\Sigma\vec{M_0} = \vec{0}$

$5Mg - 2Mg(10 - x) = 0 \quad \therefore \quad \boxed{x = 7{,}5 \text{ cm}}$

32. Solução: Letra E.

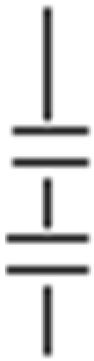


$Tg\theta = \frac{a}{g}$ e $a_t = g\ sen\theta$

$\alpha = \frac{at}{l}$ => $\alpha = \frac{g\ sen\theta}{l}$ => $\alpha = \frac{g}{l}\ sen[\ arctg\ \frac{a}{g}\ ]$

---

33. Solução: Letra A.



$$C_0 = \frac{2\varepsilon_0.A}{d} = 2\ C_0$$

$$C_k = \frac{2K.\varepsilon_0.A}{d} = 2kC_0$$

$$C = \frac{Co\ .Ck}{Co+Ck} = 2C_0\left(\frac{k}{k+1}\right)$$

$$\frac{Qb}{Qa} = \frac{C.V}{Co.V} = \frac{2k}{k+1}$$

---

34. Solução: Letra E.

$h = (gt^2).\frac{1}{2}$ ∴ $t = \sqrt{\frac{2l}{g}} = \sqrt{\frac{2.1,25}{10}}$ ∴ $t = 0,5s$ (tempo de queda)

$V_x = \frac{\Delta Sx}{\Delta t} = \frac{5}{0,5}$ ∴ $V_x = 10\ m/s$

Pela conservação da energia mecânica:

$E_{pel} = E_c$ ∴ $\frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{Mv^2}{2}$ ∴ $k = \frac{50.10^{-3}.10^2}{(10^{-1})^2}$ ∴ **$k = 5.\ 10^2$ N/m**

---

35. Solução: Letra E.

(1) Aquecimento do gelo (Q_1)

Q_1 = 500.0,55 (0-(-10)) = 2750 cal

(2) Fusão do gelo (Q_2)

Q_2 = 500.80 = 40000 cal

(3) Resfriamento da água (Q_3)

Q_3 = 1000.1.(0-40) = - 40000 cal

mg = $\frac{\Delta Q}{Lf}$ = 2750/80 = 34,375g (Restante)

Logo a massa de água (Maf) é:

Maf = 1000 + (500 – 34,375) = 1465,625g ou 1466g de água

---

36. Solução: Letra ANULADA.

Houve um erro no valor da massa do corpo ou no valor máximo para a força de resistência do ar, já que a mesma se torna maior que o peso, o que fisicamente é impossível! Desta maneira a questão deve ser anulada.

Se ignorarmos essa inconsistência teórica, podemos determinar a altura pedida fazendo:

$$\tau_{fat} = \Delta E_{mec} \quad \therefore \quad -(\acute{a}rea\ do\ gr\acute{a}fico) = E_c - E_p$$

$$-\frac{(20+h).12}{2} = \frac{1.10^2}{2} - 1.10.20 \quad \therefore \quad \boxed{h = 5\ m}$$

37. Solução: Letra D.

$V_x = v.\cos\theta \quad \therefore \quad V_x = V \cos.\ wt \quad \therefore$

$$V_x = v \cos \frac{vt}{r} \quad \therefore \quad \boxed{V_x = v.\ \cos\frac{vt}{1{,}5R}}$$

---

38. Solução: Letra ANULADA.

Podemos determinar a resistência interna da pilha:

$i_{cc} = \frac{E}{r}$ => $r = \frac{3}{20} = 0,15\Omega$

Agora, calculamos a resistência da lâmpada:

$R_L = \frac{V^2}{P}$ => $R_L = 0,45\ \Omega$

Finalmente, calculamos a resistência do fio

$$R_{FIO} = \frac{\rho.L}{A} = \frac{\rho\ .2d}{\pi\frac{D^2}{4}} = \frac{8\rho.d}{\pi D^2}$$

$R_{FIO} = 0,4\ \Omega$

Aplicando a 1ª Lei de Ohm, determinamos a corrente total do circuito:

$i_L = \frac{E}{r+Rfio+Rl} = \frac{3}{0,15+0,4+0,45} = 3\ A$

Logo, a potência dissipada pela lâmpada será:

$P_L = R_L\ .\ i_L^2 = 0,45\ .\ 9 = 4,05W$

OBS: note que a distância entre a pilha e a lâmpada exige 12m do fio. O erro da banca foi utilizar L = 6m. Obtendo como resposta final 6,32W, opção A, equivocada.

39. Solução: Letra D.

Marcando as forças no corpo e aplicando a condição de equilíbrio:

$E_1 + E_2 = P$

$\rho_1.g.V_1 + \rho_2.g.V_2 = \rho_c.g.(V_1 + V_2)$

$0,4V_1 + 1.10 = 0,6\ (V_1 + 10)$

$\boxed{V_1 = 20\ cm^3}$

40. Solução: Letra B.

$$\frac{h2}{h1} = \frac{\frac{Vo^2}{2g2}}{\frac{Vo^2}{2g1}} = 6 \quad \therefore \quad g_1 = 6\,g_2$$

$$\frac{G.M1}{R1^2} = 6\,\frac{G.M2}{R2^2} \quad \therefore \quad \frac{\mu_1.V_1}{R_1^2} = \frac{\mu_2.V_2}{R_2^2} \quad \therefore \quad \mu_1 R_1 = 6\,\mu_2 R_2 \quad \therefore$$

$$\frac{R2}{R1} = \frac{1}{4}$$

Comentário da equipe de física:

Tivemos 2 questões(36 e 38 - azul) anuladas.

A prova teve o mesmo nível da prova do ano passado. Com uma ligeira melhora, devido a abordagem bem trabalhada nas questões 22, 24 (mais difícil da prova), 36 e 38 (infelizmente anulada).
Todos os assuntos foram contemplados e a prova foi bastante acessível aos currículos do ensino médio. Não houve fuga do programa.

Equipe de professores do gabarito:

Tiago Luiz
Maurício Santos
Leonardo Portes
Edward Cespedes
Miguel Coelho