GABARITO AFA – 2018/2019

	Prova A	Prova B	Prova C		Prova A	Prova B	Prova C
1	D	A	A	33	A	D	A
2	C	B	D	34	B	C	B
3	D	B	B	35	B	D	C
4	D	D	C	36	D	D	A
5	C	D	D	37	D	C	D
6	A	D	A	38	D	A	B
7	C	D	C	39	D	C	B
8	C	C	D	40	C	C	A
9	A	B	A	41	B	A	C
10	D	A	D	42	A	D	C
11	A	C	B	43	C	A	D
12	B	B	D	44	B	B	D
13	D	A	B	45	A	D	B
14	C	B	A	46	B	C	C
15	D	A	C	47	A	D	B
16	B	C	C	48	C	B	D
17	A	A	A	49	A	A	D
18	D	B	B	50	B	D	C
19	B	C	B	51	C	B	D
20	C	A	D	52	A	C	D
21	D	D	D	53	D	D	C
22	A	B	D	54	B	A	A
23	C	B	D	55	B	C	C
24	D	A	C	56	A	D	C
25	A	C	B	57	C	A	A
26	D	C	A	58	C	D	D
27	B	D	C	59	D	B	A
28	D	D	B	60	D	D	B
29	B	B	A	61	B	B	D
30	A	C	B	62	C	A	C
31	C	B	A	63	B	C	D
32	C	D	C	64	D	C	B

COMENTÁRIO DA PROVA – CÓDIGO C

MATEMÁTICA

Questão 1) – Alternativa A

Nº Alunos/Notas: 5

Moda (unimodal): 8 ($\boldsymbol{n_8}$: *número de vezes que o* 8 *figura*)

Mediana: 5

$$\frac{8\times n_8 + outros\ elementos}{5} = 5 \Longrightarrow 8\cdot n_8 \le 25 \Longrightarrow$$

$$\begin{cases} n_8 = 2\ (ok, os\ demais\ números\ deverão\ somar\ 9) \\ n_8 = 3\ (só\ sobrará\ um\ número\ igual\ a\ 1 - não\ pode) \end{cases}$$

A soma dos outros 3 *elementos é* 9, *e* **5** *é mediana*

$\{x_1, x_2, 5, 8, 8\}$

Onde sabemos que um é o 5, pois a mediana é 5, o que implica que temos dois elementos

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \neq x_2 \end{cases} \xrightarrow{x_1, x_2 \in \mathbb{N}} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

$$\boldsymbol{Nota}_{maior} - \boldsymbol{Nota}_{menor} = 8 - 1 = 7(7\ divide\ 14) - Letra\ \boldsymbol{A}\blacksquare$$

Questão 2) Alternativa D

$$\boldsymbol{x} \in \left\{[\mathbf{0}, \mathbf{2}\boldsymbol{\pi}[- \left\{\frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2}}, \frac{\mathbf{3}\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2}}\right\}\right\}$$

$$tg^3x - 2tg^2x - tg\,x + 2 = 0 \xrightarrow{substituindo\ y = tg\,x}$$

$$y^3 - 2y^2 - y + 2 = 0 \Longrightarrow y^2(y-2) - (y-2) \Longrightarrow (y^2-1)(y-2) = 0 \Longrightarrow$$

$$(y+1)(y-1)(y-2)=0 \Longrightarrow \begin{cases} tg\,x=2 \\ tg\,x=-1 \\ tg\,x=1 \end{cases}$$

- Soluções de $tgx=2$, apenas duas soluções, uma no primeiro quadrante e outra no terceiro quadrante, para o domínio dado ($x \cong 63{,}4°\ e\ x \cong 243{,}4°$);
- Soluções de $tg\,x=-1$ são $x=\frac{3\pi}{4}$ no 2º quadrante, e $x=\frac{7\pi}{4}$ no quarto quadrante;
- Soluções de $tg\,x=1$ são $x=\frac{\pi}{4}$, no primeiro quadrante e $x=\frac{5\pi}{4}$ no terceiro;

Sendo assim, existem apenas seis soluções

$$S=\left\{1.1\,rad, 4.24\,rad, \frac{7\pi}{4}rad, \frac{\pi}{4}rad, \frac{3\pi}{4}rad, \frac{5\pi}{4}rad\right\}$$

Questão 3) Alternativa B

$$\frac{3x^2+2x}{x} \geq x^3 \Longrightarrow \frac{3x^2+2x}{x} \geq \frac{x^4}{x} \Longrightarrow$$

$$\frac{x^4-3x^2-2x}{x} \leq 0 \xrightarrow{fatorando} \frac{x(x+1)(x^2-x-2)}{x} \leq 0$$

$$\frac{x(x+1)(x+1)(x-2)}{x} \leq 0 \Longrightarrow \frac{x(x+1)^2(x-2)}{x} \leq 0$$

Ou seja, devemos analisar apenas o fator $(x-2) \leq 0\ com\, x \neq 0$

$\Longrightarrow S =]-\infty, 2] - \{0\}$

b) Falsa, pois 2 é solução pertence também ao conjunto $[2, \infty[$

$Letra\ B$ ■

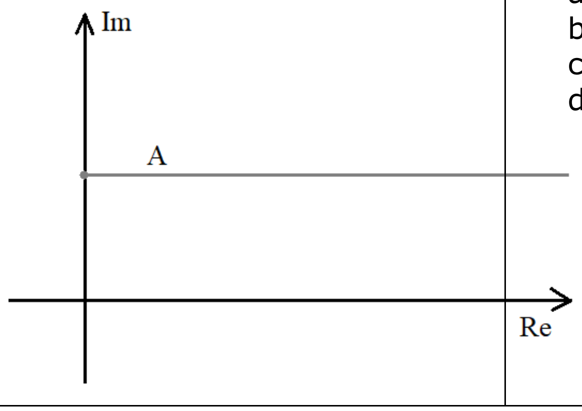
Questão 4) Alternativa D

$$\begin{cases} \bar{A} = x-2i \\ \bar{B} = 1+i \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} A = x+2i \\ B = 1-i \end{cases} \Longrightarrow A \cdot B = (x+2)+(2-x)i$$

Como $Re(A \cdot B) \geq Im(A \cdot B) \Longrightarrow$

$x+2 \geq 2-x \Longrightarrow 2x \geq 0 \Longrightarrow x \geq 0$

Assim, todos os possíveis números complexo A possuem o afixo na semi-reta $y=2$.

	a) Falso (é uma semi-reta) b) Falso ($A = 2i$) c) Verdadeira, d) Falsa, pois o menor módulo possível para A é 2, e o módulo de B é $\sqrt{2}$.

QUESTÃO 5) Alternativa D

$$f(x) = \log_a x \Rightarrow \begin{cases} a > 1:\ f \ \ crescente \\ 0 < a < 1:\ f \ \ decrescente \end{cases}$$

$$f(x) = \sqrt{\log_a (x^2 - 3)}$$

1^{a} Restrição:

$$x^2 - 3 > 0 \Leftrightarrow x^2 > 3 \Leftrightarrow x < -\sqrt{3} \ \ ou \ \ x > \sqrt{3}$$

2^{a} Restrição:

$$\log_a (x^2 - 3) \geq 0 \Leftrightarrow \log_a (x^2 - 3) \geq \log_a 1 \underset{decrescente}{\Leftrightarrow} x^2 - 3 \leq 1 \Leftrightarrow x^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$$

Fazendo a interseção das duas restrições, obtemos:

$$-2 \leq x < -\sqrt{3} \ \ ou \ \ \sqrt{3} < x \leq 2 \Rightarrow \boxed{\left[-2, -\sqrt{3}\right[\cup \left]\sqrt{3}, 2\right]}$$

Questão 6) Alternativa A

$$\begin{cases} A = (2,0) \\ B = (6,-4) \end{cases}$$

$$C: x^2 + y^2 - 12x - 4y + 32 = 0 \Longrightarrow (x^2 - 12x + \mathbf{36}) + (y^2 - 4y + \mathbf{4}) = \mathbf{36} + \mathbf{4} - 32$$

$$(x-6)^2 + (y-2)^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 \Longrightarrow \begin{cases} R = 2\sqrt{2} \\ Centro = (6,2) \end{cases}$$

$$r: y = (x-4) - 2 \Longrightarrow y = x - 6$$

$$C \cap r \overset{y=x-6}{\Longrightarrow} (x-6)^2 + (y-2)^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 \Longrightarrow x^2 - 14x + 46 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 = 7-\sqrt{3} \\ x_2 = 7+\sqrt{3} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} y_1 = 1-\sqrt{3} \\ y_2 = 1+\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{O que nos dá os pontos de interseção}} \begin{cases} \boldsymbol{P_1} = (7-\sqrt{3}, 1-\sqrt{3}) \\ \boldsymbol{P_2} = (7+\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}) \end{cases}$$

Calculando a distância entre esses dois pontos

$$\boldsymbol{d_{P_1P_2}} = \sqrt{\left((7-\sqrt{3})-(7+\sqrt{3})\right)^2 + \left((1-\sqrt{3})-(1+\sqrt{3})\right)^2} = 2\sqrt{6} \cong 4{,}8$$

$4{,}8 \in [4, 5[$

Letra A ■

Questão 07) Alternativa B

ITEM 1 VERDADEIRO

Pelo enunciado $a_1=1$ e $r = -\frac{1}{16}$ substituindo no termo geral temos:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

$$a_{16} = 1 + (16-1)\left(-\frac{1}{16}\right)$$

$$a_{16} = 1 - \frac{15}{16}$$

$$a_{16} = \frac{1}{16}$$

Determinando soma da PA: $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$

$$S_{16} = \frac{(1+\frac{1}{16})16}{2}$$

$$S_{16} = \frac{8.17}{16}$$

$$S_{16} = \frac{17}{2}$$

ITEM 2 VERDADEIRO

As distâncias que a formiga se move para a direita são $a_1, a_5\ e\ a_9$ e as distâncias que a formiga se move para a esquerda são $a_3, a_7\ e\ a_{11}$. Logo, o valor de x é :

$$a_1 + a_5 + a_9 - a_3 - a_7 - a_{11} = -6r$$

ITEM 3 VERDADEIRO

$a_2 = a_1 + r = 1 + r$

$a_3 = a_1 + 2r = 1 + 2r$

$d_{AC} = a_2 + a_3 = (1+r) + (1+2r) = 2 + 3r$

$a_2 = a_1 + r = 1 + r$

$a_3 = a_1 + 2r = 1 + 2r$

$d_{AC} = a_2 + a_3 = (1+r) + (1+2r) = 2 + 3r$

Logo, é verdadeiro

Questão 8) Alternativa B

Estimando empiricamente a seguinte tabela

Valor por Bombom	Unidades Vendidas
R$ 4,00	50
R$ 3,95	55
R$ 3,90	60
R$ 3,85	65
⋮	⋮
Após 70 descontos	*Após 70 descontos*
R$ 0,50	400

Assumindo que a função Quantidade (n) dada conforme acima seja linear e da forma

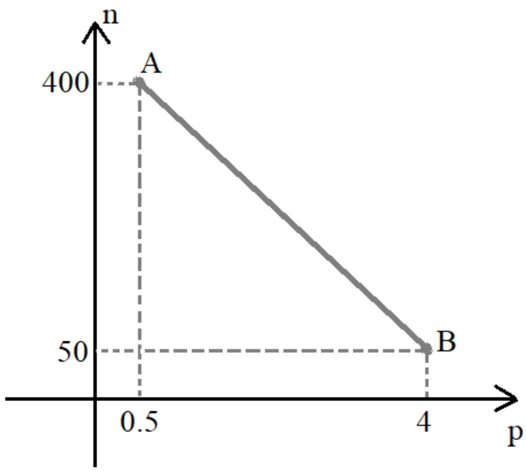
$$\boldsymbol{n(p) = a \cdot p + b}$$

Inserindo alguns valores dados na tabela na função acima, encontramos a e b:

$$\begin{cases} 50 = 4a + b \\ 55 = 3.95a + b \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a = -100 \\ b = 450 \end{cases} \Longrightarrow \boldsymbol{n}(p) = -100p + 450$$

A arrecadação diária é dada pelo valor do bombom vendido multiplicado pela quantidade de bombons vendidos:

$$y = n \times p = -100p^2 + 450p$$

<table>
<tr><th>Item</th><th>Análise</th><th>Veredito</th></tr>
<tr><td>(02)</td><td>De fato, o gráfico da função $\boldsymbol{n}(p) = -100p + 450$, para $p \in [0.5; 4]$ é o gráfico abaixo:

</td><td>Verdadeira</td></tr>
<tr><td>(04)</td><td>A arrecadação máxima ocorre para o valor máximo da função quadrática abaixo:
$y = -100p^2 + 450p$
O valor máximo de $\boldsymbol{y}$ ocorre para:
$\boldsymbol{p} = -\frac{b}{2a} = \frac{-450}{2 \times -100} = R\$\,2{,}25$
$número\ de\ descontos = \frac{R\$\,4{,}00 - R\$\,2{,}25}{R\$\,0{,}05} = 35$</td><td>Verdadeira</td></tr>
<tr><td>(08)</td><td>Para 20 descontos de R$ 0,05, teremos o novo valor de
$R\$\,4{,}00 - 20 \times R\$\,0{,}05 = R\$\,3{,}00$
Aplicando na função de arrecadação o preço acima,
$\boldsymbol{n}(p) = -100p + 450 \ \rightarrow \boldsymbol{n} = -100 \times 3 + 450 = 150$
$\rightarrow \boldsymbol{n} = 150 > 100$</td><td>Verdadeira</td></tr>
</table>

QUESTÃO 9) Alternativa A

$A(x)=2x^2+4x+a$ tangencia o eixo $\overleftrightarrow{Ox}$, logo:

$\Delta=0 \Rightarrow b^2-4ac=0 \Rightarrow 4^{\cancel{2}}-\cancel{4}.2.a=0 \Leftrightarrow 4-2a=0 \Leftrightarrow \underline{a=2} \Rightarrow$

$A(x)=2x^2+4x+2 \Leftrightarrow A(x)=2(x^2+2x+1) \Leftrightarrow A(x)=2(x+1)^2 \Rightarrow x=-1 \; é \; raiz \; dupla \; (y=0)$

$P(x)=\dfrac{a}{2}x^6-26x^3-27 \Rightarrow P(x)=\dfrac{\cancel{2}}{\cancel{2}}x^6-26x^3-27 \Leftrightarrow P(x)=x^6-26x^3-27$

$A(x)$ e $P(x)$ se interceptam num único ponto de ordenada nula, ou seja, em $x=-1$. Portanto, -1 é raiz de $P(x)$. Fazendo uma mudança de variável para achar as raízes de $P(x)$, temos:

$P(x)=0 \Rightarrow x^6-26x^3-27=0 \quad y=x^3 \Rightarrow y^2-26y-27=0 \Leftrightarrow y=-1 \; ou \; y=27 \Leftrightarrow$

$x^3=-1 \; ou \; x^3=27 \Leftrightarrow x^3=cis\pi \; ou \; x^3=27cis0$

$2^a \; Fórmula \; de \; De \; Moivre: z^n=z_0=\rho cis\theta_0 \Leftrightarrow z=\sqrt[n]{\rho}cis\left(\dfrac{\theta_0}{n}+\dfrac{2k\pi}{n}\right), \; k=0,1,2,\ldots,n-1$

$$x^3=cis\pi \Rightarrow \begin{cases} x_1=cis\left(\dfrac{\pi}{3}+0\right) \\ x_2=cis\left(\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{2\pi}{3}\right) \\ x_3=cis\left(\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{4\pi}{3}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=cis\dfrac{\pi}{3} \\ x_2=cis\dfrac{\cancel{3}\pi}{\cancel{3}} \\ x_3=cis\dfrac{5\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i \\ x_2=-1 \\ x_3=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

$$x^3=27cis0 \Rightarrow \begin{cases} x_4=\sqrt[3]{27}cis(0+0) \\ x_5=\sqrt[3]{27}cis\left(0+\dfrac{2\pi}{3}\right) \\ x_6=\sqrt[3]{27}cis\left(0+\dfrac{4\pi}{3}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_4=3cis0 \\ x_5=3cis\dfrac{2\pi}{3} \\ x_6=3cis\dfrac{4\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_4=3 \\ x_5=-\dfrac{3}{2}+\dfrac{3\sqrt{3}}{2}i \\ x_6=-\dfrac{3}{2}-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

(V) O gráfico de $P(x)$ corta o eixo $\overleftrightarrow{Ox}$ em dois pontos.

Nos pontos $x=-1$ e $x=3$.

(V) Os afixos das raízes de $P(x)$ que possuem menor módulo formam um triângulo cujo perímetro mede $3\sqrt{3}$ unidades de comprimento.

As raízes de menor módulo são x_1, x_2 e x_3, que formam um triângulo equilátero no plano complexo. Então, calculando a distância entre x_1 e x_3, teremos o lado do triângulo, logo:

$$l=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta x)^2} \Rightarrow l=\sqrt{\left[\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\right]^2+\left[\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]^2} \Rightarrow l=\sqrt{0^2+(\sqrt{3})^2} \Rightarrow l=\sqrt{3} \Rightarrow \boxed{2p=3\sqrt{3}}$$

(V) A soma das raízes imaginárias de $P(x)$ é igual a -2.

$$S = x_1 + x_3 + x_5 + x_6 \Rightarrow$$

$$S = \frac{1}{2} + \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}i} + \frac{1}{2} - \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}i} - \frac{3}{2} + \cancel{\frac{3\sqrt{3}}{2}i} - \frac{3}{2} - \cancel{\frac{3\sqrt{3}}{2}i} \Leftrightarrow S = 1 - 3 \Leftrightarrow \boxed{S = -2}$$

QUESTÃO 10) Alternativa D

Organizando os alunos que receberam medalhas do 1º e do 3º esquadrões, temos:

$$\begin{cases} 1^o \ esquadrão: 2.1 = 2 \\ 3^o \ esquadrão: 3! = 6 \end{cases}$$

Agora, os alunos do 2º esquadrão que ficarão nos extremos: 9.8

E, finalmente, os alunos que ficarão "no meio":

$$(7+2)! = 9! \left(7 \ alunos \ do \ 2^o \ esquadrão \ mais \ 2 \ grupos \ de \ alunos\right)$$

Total: $2.6.9.8.9! = (864).9!$

QUESTÃO 11) Alternativa B

$$\begin{cases} \frac{1}{a^2} + \frac{2}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 9 \\ \frac{2}{a^2} + \frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2} = 3 \\ \frac{3}{a^2} - \frac{1}{b^2} - \frac{2}{c^2} = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{a^2} \\ y = \frac{1}{b^2} \\ z = \frac{1}{c^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y + z = 9 \Leftrightarrow z = -x - 2y + 9 \\ 2x + y - z = 3 \\ 3x - y - 2z = -4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x + y - (-x - 2y + 9) = 3 \\ 3x - y - 2(-x - 2y + 9) = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 12 \\ 5x + 3y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow \underline{x = 1} \Rightarrow 3 + 3y = 12 \Leftrightarrow \underline{y = 3}$$

$$z = -1 - 2.3 + 9 \Leftrightarrow \underline{z = 2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{a^2} \\ y = \frac{1}{b^2} \\ z = \frac{1}{c^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = \frac{1}{a^2} \\ 3 = \frac{1}{b^2} \\ 2 = \frac{1}{c^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = \frac{1}{3} \\ c^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \pm 1 \\ b = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \\ c = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

a) $|a| + |b| + |c| \in (R - Q)$

$$|a| + |b| + |c| = |\pm 1| + \left|\pm \frac{1}{\sqrt{2}}\right| + \left|\pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right| = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \in R - Q \ \ verdadeira$$

b) $a^2 + b^2 + c^2 > 2$

$$a^2+b^2+c^2=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=1+\frac{5}{6}=\frac{11}{6}<2 \ \ FALSA$$

c) O determinante da matriz $\begin{bmatrix} a^2 & 1 & \sqrt{3} \\ 0 & b^2 & 4 \\ 0 & 0 & c^2 \end{bmatrix}$ é igual a $\frac{1}{6}$.

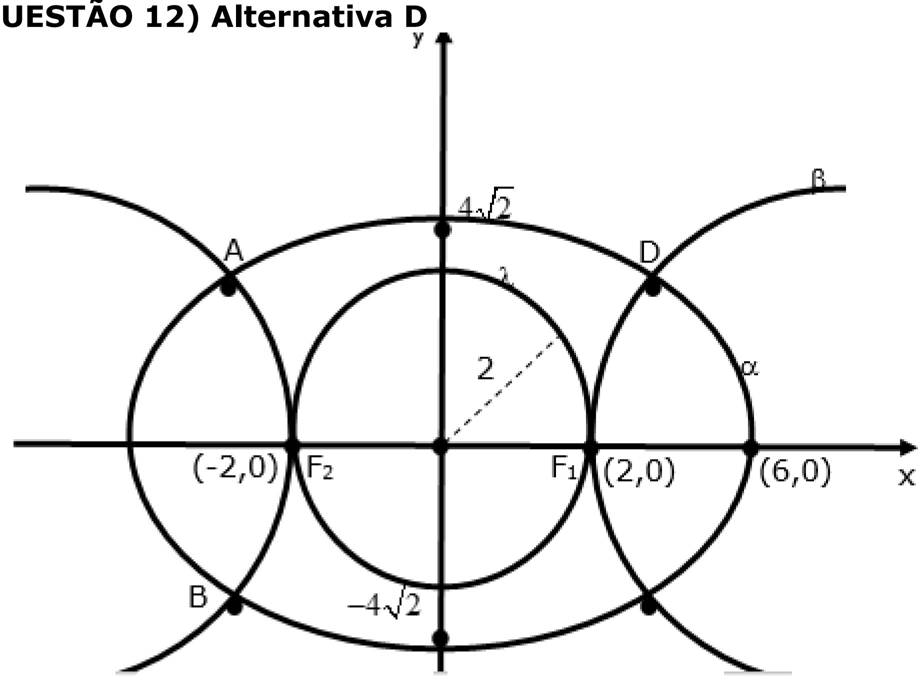
Por ser uma matriz triangular, o seu determinante é dado pelo produto dos elementos da diagonal principal, logo:

$$\det = a^2b^2c^2 = 1.\frac{1}{3}.\frac{1}{2}=\frac{1}{6} \ \ verdadeira$$

d) $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$ *é par*

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=1+3+2=6 \ \ verdadeira$$

QUESTÃO 12) Alternativa D



$$Elipse\ \alpha: \frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$36>32 \Rightarrow \begin{cases} a^2=36 \\ b^2=32 \end{cases} \Rightarrow \text{elipse com focos sobre Ox e centro na origem}$$

$$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow 36=32+c^2 \Leftrightarrow c^2=4 \Rightarrow c=2 \Rightarrow F_1(-2,0)\ e\ F_2(2,0)$$

$$Circunferência\ \lambda: d=2c \Rightarrow r=c \Rightarrow \begin{cases} r=2 \\ O: origem \end{cases} \Rightarrow x^2+y^2=4$$

$$Hipérbole\ \beta: \begin{cases} A_1(-2,0)\ e\ A_2(2,0) \Rightarrow a=2 \\ centro\ na\ origem\ e\ focos\ sobre\ Ox \end{cases}$$

$$equilátera: a=b=2 \Rightarrow \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$$

a) $\alpha \cap \beta \cap \lambda = \varnothing$

$(\alpha \cap \lambda)\cap \beta = \varnothing \cap \beta = \varnothing$ *verdadeira*

b) $\lambda \cap \beta = \{F_1, F_2\}$ *verdadeira*

c) $\alpha \cap \beta = \{A, B, C, D\}$ *verdadeira*

d) $a \cap \lambda = \varnothing$ *FALSA*

QUESTÃO 13) Alternativa: B

$$A=\begin{bmatrix} senx & -1 \\ -1 & senx \end{bmatrix}\ e\ B=\begin{bmatrix} senx & senx \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\det(AB)\geq 0 \Leftrightarrow \det A.\det B \geq 0 \Rightarrow [senx.senx-(-1)(-1)](-3senx-senx.1)\geq 0 \Leftrightarrow$$

$$(sen^2x-1)(-4senx)\geq 0 \Leftrightarrow 4senx\underbrace{(1-sen^2x)}_{\geq 0}\geq 0 \Rightarrow \begin{cases} senx \geq 0 \\ senx=\pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\leq x \leq 2\pi \\ x=\dfrac{3\pi}{2} \end{cases}$$

QUESTÃO 14) Alternativa A

(FALSA)

A imagem de g é]p,-m]\{j}

(FALSA)

h(x)=f(x)g(x)≥0, ou seja , f(x) e g(x) têm que ter o mesmo sinal(podendo ser zero) , isto é, x∈[t,b]U[r,0]U[-h,v]

(VERDADEIRA)

Como o menor valor de g é p(g(x)>p), temos g(x)>p-p=0 para todo domínio .

QUESTÃO 15) Alternativa C

As possibilidades para que a soma dê 12 nos três lançamentos são:

$(3,4,5): 3! = 6 \ possibilidades$

$(2,4,6): 3! = 6 \ possibilidades$

$(1,5,6): 3! = 6 \ possibilidades$

$(4,4,4): 1 \ possibilidade$

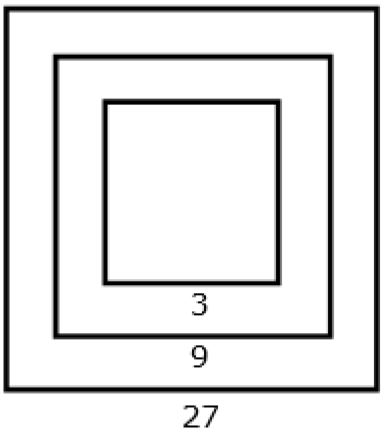
$(3,3,6): \frac{3!}{2!} = 3 \ possibilidades$

$(2,5,5): \frac{3!}{2!} = 3 \ possibilidades$

Total: $6.6.6 = 216 \ possibilidades$

Probabilidade: $P = \frac{6+6+6+1+3+3}{216} \Leftrightarrow P = \frac{25}{216} \Leftrightarrow P = 0{,}1157 \Leftrightarrow \boxed{P = 11{,}57\%}$

Questão 16) Alternativa C



$V_{cubo} = a^3$

$V_{cubo} = 19683$

$V_{cubo} = \sqrt[3]{19863}$

Pelos dados do enunciado, as bases dos troncos medem 9 cm e 3 cm. As alturas dos 3 sólidos medem $\frac{27}{3} = 9cm$, Logo o volume do sólido será:

$$V_{tronco} = 2.V_{tronco} + V_{prisma}$$

$$V_{tronco} = 2\left[\frac{9}{3}\left(9^2 + \sqrt{9^2.3^2} + 3^2\right)\right] + 9.3^2$$

$$V_{tronco} = 783$$

Logo o volume da diferença será 19683 – 783 = 18900 cm ^{3}

Comentário de Matemática:

A prova se de Matemática da AFA manteve o padrão dos últimos anos em termos de abrangência e nível de dificuldade, com uma presença superior de questões com "pegadinhas". Parabenizamos a banca pela homogeneidade e ausência de erros e acreditamos que esta selecionará bem os candidatos.

Equipe de matemática

– Anderson Izidoro

– Rafael Sabino

– Carlos Souza

– Rafael Borges

– Jean Pierre

– Rinaldo

– Elisama

– Pacheco

– German

INGLÊS

Questão 17) Alternativa A

A resposta está nas linhas 13,14 e 15. "Shadow confrontation: Psychiatrist Carl Jung believed we need to confront and unerstan our own hidden nature to grow as human beings.

Questão 18) Alternativa B

A alternativa está incorreta porque você não tem consciência do que está em sua volta.

Questão 19) Alternativa B

O verbo auxiliar do foi invertido devido à negação no início da frase.

Questão 20) Alternativa D

Por ser originalmente uma pergunta, o discurso indireto tem que começar com “asked”, além das mudanças inerentes ao discurso indireto.

Questão 21) Alternativa D

A resposta é a letra D, levando em consideração o discurso de Abraham Maslow, presente nas linhas 31 e 32.

Questão 22) Alternativa D

Porque a flexão do verbo “ to drive” está correta.

Questão 23) Alternativa D

O pronome reflexivo “themselves” concorda com o sujeito “all characters”.

Questão 24) Alternativa C

A necessidade torna as pessoas maduras, e não como está escrito que “se as pessoas não se tornam maduras, terão dificuldade de atender suas necessidades básicas.”

Questão 25) Alternativa B

Nós buscamos na vilania uma maneira de nos comportarmos do jeito que queiramos.

Questão 26) Alternativa A

As duas orações estabelecem ideias opostas, o que permite substituir a conjunção “whereas” por “but”

Questão 27) Alternativa C

A estrutura da voz passiva está corretamente presente na frase.

Questão 28) Alternativa B

O trecho não faz referência a nenhuma contagem.

Questão 29) Alternativa C ou A

A palavra “gritty” significa “sombrio”, equivalente a “harmful”.

Questão 30) Alternativa B

Pessoas vulneráveis podem ser afetadas, segundo a primeira declaração. Além disso, a frase número 3 diz que numa perspectiva psicológica os anti-heróis não são desprezados pelo público, muito pelo contrário, pois eles são amados.

Questão 31) Alternativa A

O texto não menciona que a nossa curiosidade nos faz querer saber o que já está entendido.

Questão 32) Alternativa C

Os super-vilões existem para valorizar os super-heróis.

Comentário de Inglês:

A prova da AFA deste ano foi substancialmente mais difícil do que nos anos anteriores. O texto, inclusive, supunha que os alunos dominassem conceitos bastante sofisticados de teoria de psicologia e da relação entre elas. Sendo assim, as questões de interpretação foram de cunho bastante difícil. Todavia, as questões de gramática estavam absolutamente dentro do previsto, tendo sido, inclusive, bem treinadas em sala de aula.

Equipe de Inglês

-Maria Cristina de Victorino de Azevedo

-William Miranda

-PG

-Raphael Moreira

FÍSICA

Conteúdo de Física:

Questão 33) Alternativa A

Podemos determinar os tempos necessários para o encontro dos corpos:

$$t_{AB} = \frac{x}{v_A - v_B} = 2 \quad \Rightarrow \quad v_A - v_B = \frac{x}{2} \quad (I)$$

$$t_{AC} = \frac{x+y}{v_A + v_C} = 3 \quad \Rightarrow \quad v_A + v_C = \frac{x+y}{3} \quad (II)$$

Consideramos que A e B movem-se para a direita enquanto C move-se para a esquerda.

Assim, podemos subtrair a equação (II) da equação (I):

$$v_A + v_C - (v_A - v_B) = \frac{x+y}{3} - \frac{x}{2} \quad \Rightarrow \quad v_C + v_B = \frac{2y - x}{6}$$

Portanto, podemos agora determinar o tempo de encontro entre B e C.

$$t_{BC} = \frac{y}{v_C + v_B} = \frac{y}{\frac{2y-x}{6}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{t_{BC} = \frac{6y}{2y - x}}$$

Questão 34 – Alternativa B

Podemos determinar primeiramente a aceleração escalar:

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{6-0}{2-0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a_t = 3\ m/s^2}$$

Assim, podemos calcular a velocidade no instante $t = 1\ s$:

$$v = v_0 + a \cdot t \quad \Rightarrow \quad v = 0 + 3 \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = 3\ m/s}$$

Com isso, é possível calcular a aceleração centrípeta:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \frac{3^2}{2{,}25} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a_{cp} = 4\ m/s^2}$$

Portanto, a aceleração resultante será dada por:

$$a_R = \sqrt{a_t^2 + a_{cp}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a_R = 5\ m/s^2}$$

Através da 2ª Lei de Newton, poderemos determinar a força resultante.

$$F_R = m \cdot a_R = 1 \cdot 5 \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_R = 5\ N}$$

Questão 35 – Alternativa C

Podemos determinar as capacidades térmicas das esferas do sistema A lembrando que:

$$C = m \cdot c$$

Sendo as gotas feitas de água, teremos:

$$C_1 = 1 \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad C_1 = 1\ cal/°C$$

$$C_2 = 2 \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad C_2 = 2\ cal/°C$$

$$C_3 = 4 \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad C_3 = 4\ cal/°C$$

$$C_4 = 8 \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad C_4 = 8\ cal/°C$$

Agora, para o sistema B, calculamos as massas através de:

$$m = \mu \cdot V$$

$$C_5 = 2{,}5 \cdot 4 \cdot 0{,}2 \quad \Rightarrow \quad C_5 = 2\ cal/°C$$

$$C_6 = 2{,}5 \cdot 5 \cdot 0{,}2 \quad \Rightarrow \quad C_6 = 2{,}5\ cal/°C$$

$$C_7 = 2{,}5 \cdot 7 \cdot 0{,}2 \quad \Rightarrow \quad C_7 = 3{,}5\ cal/°C$$

$$C_8 = 2{,}5 \cdot 16 \cdot 0{,}2 \quad \Rightarrow \quad C_8 = 8\ cal/°C$$

Podemos trocar a C_2 pela C_5 , a C_4 pela C_8 e a C_2+C_3 pela C_6+C_7

Portanto, o número máximo de trocas simultâneas é 3.

Questão 36) Alternativa A

Na situação da Figura 1, podemos escrever a situação de equilíbrio como:

$$P = F_{el} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{m \cdot g = k \cdot x}$$

Na situação da Figura 2, sendo a velocidade da partícula constante, também teremos equilíbrio. Então, decompondo a força elástica e fazendo a condição de equilíbrio para os eixos x e y, teremos:

$$P = F_{el_Y} \quad \Longrightarrow \quad m \cdot g = k \cdot x = k \cdot y \cdot sen\,\theta + N \quad \Longrightarrow \quad \boxed{N = k \cdot (x - y \cdot sen\,\theta)}$$

$$f_{at} = F_{el_X} \quad \Longrightarrow \quad \mu \cdot N = k \cdot y \cdot \cos\theta \quad \Longrightarrow \quad \mu \cdot k \cdot (x - y \cdot sen\,\theta) = k \cdot y \cdot \cos\theta$$

$$\mu = \frac{y \cdot cos\,\theta}{x - y \cdot sen\,\theta} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\mu = \frac{cos\,\theta}{\frac{x}{y} - sen\,\theta}}$$

Questão 37) Alternativa D

Podemos utilizar o princípio da conservação da energia entre os pontos A e B para calcular a velocidade de lançamento em B.

$$E_{M_A} = E_{M_B} \quad \Longrightarrow \quad m.g.H = \frac{m \cdot v_B^2}{2} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}}$$

Sabendo que a colisão ocorre no ponto de altura máxima do movimento parabólico, a velocidade imediatamente antes da colisão será dada por v_{B_X}:

$$v_{B_X} = v_B.cos\,45 \quad \Longrightarrow \quad v_{B_X} = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{v_{B_X} = \sqrt{g \cdot H}}$$

Aplicando agora o princípio da conservação da Quantidade de movimento na colisão, teremos:

$$\overrightarrow{Q_0} = \overrightarrow{Q_f} \quad \Longrightarrow \quad m.\sqrt{g \cdot H} = (m + 2m) \cdot V \quad \Longrightarrow \quad \boxed{V = \frac{\sqrt{g \cdot H}}{3}}$$

Fazendo novamente a conservação de energia desde o instante pós colisão até atingir a altura máxima, teremos:

$$\frac{3m \cdot V^2}{2} = 3m \cdot g \cdot h \quad \Longrightarrow \quad h = \frac{\left(\frac{\sqrt{g \cdot H}}{3}\right)^2}{2 \cdot g} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{h = \frac{H}{18}}$$

Questão 38) Alternativa B

Sabendo que a caixa está em equilíbrio, podemos dizer que:

$$\begin{cases} \vec{F_R} = \vec{0} \\ \vec{M_R} = \vec{0} \end{cases}$$

Para a translação:

$f_{at} = F \quad e \quad N = P \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\mu \cdot P = F}$

Para a rotação:

$$F \cdot H = P \cdot l \quad \Longrightarrow \quad H = \frac{P \cdot l}{\mu \cdot P} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{H = \frac{l}{\mu}}$$

Questão 39) Alternativa OPÇÃO: B ou C (passível de anulação)

Quando o ângulo de incidência aumenta a intensidade da reflexão aumenta, e consequentemente diminui a intensidade do raio refratado. Como o ângulo de incidência aumenta de $\frac{\pi}{6}$ para $\frac{\pi}{3}$, então, $I_1 < I_2$.

A baixa intensidade da reflexão a 30° ($\frac{\pi}{6}$) como não há absorção implica em $I_1 < I_1'$

O aumento do ângulo de $\frac{\pi}{6}$ para $\frac{\pi}{3}$, acarreta numa redução de intensidade do raio refratado $I_2 > I_2'$.

Em última análise, a medida que a intensidade de reflexão diminui a intensidade de refração aumenta, ou vice-versa. $I_1' > I_2'$

A questão 39 (prova C) deve ser anulada, visto que, apresenta como verdadeira a opção IV e possíveis as afirmações III e V. Note que dependendo dos índices de refração a opção V pode se apresentar correta. Além, dos fatos apresentados o conteúdo abordado, Lei de Brewster e Fresnell não fazem parte do programa.

Nota: A banca do concurso deve apresentar a opção B ou C como correta. Contudo, pedimos a anulação.

Questão 40) Alternativa A

Analisando os casos dados:

Lente 01: Gerou uma imagem Real, invertida e igual.

Lente 02: Gerou uma imagem Virtual, direita e menor.

Isso implica que a lente 01 é convergente e a lente 02 divergente. Se nós imergirmos as lentes num meio cuja refração é menor, logo o caráter da lente vai mudar. Deste modo:

Lente 01 = Lente Divergente

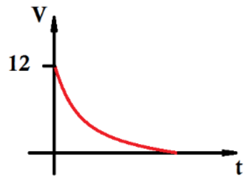
Lente 02 = Lente Convergente.

Portento, a imagem da lente 01 será virtual, direita e menor, já na lente 02, podem ser todos os casos, diferentes de virtual, direita e menor. Restando apenas a letra A.

Questão 41) Alternativa C

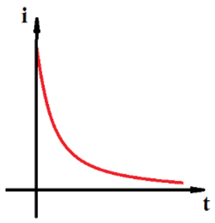
I – Verdadeira

A diferença de potencial decresce exponencialmente. O processo de descarga é total, observando a associação do capacitor com um elemento resistivo (efeito Joule).



II – Falsa

A corrente não diminui linearmente com o tempo, mas sim, exponencialmente e de modo assintótico.



(Corrente transitória)

III – Verdadeira

$$E_p = \frac{C \cdot V^2}{2} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 12^2}{2} = 0{,}18J$$

Questão 42) Alternativa C

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow 2 = \sqrt{\frac{k}{1}} \rightarrow k = 4\ N/m$$

Associação de molas

Série: $keq = \frac{k1.k2}{k1+k2} = \frac{8}{2} = 4\,\frac{N}{m}$

Paralelo: $keq = k1 + k2 = 2 + 2 = 4\ N/m$

Analisando as posições extremas no movimento circular, temos:

I. $x = -A$ e $y = 0$ movimento ↑
II. $x = 0$ e $y = +A$ movimento →
III. $x = +A$ e $y = 0$ movimento ↓
IV. $x = 0$ e $y = -A$ movimento ←

A opção I está na letra C

Questão 43) Alternativa D

$fA = 2f1 \; e \; fB = 3f1$

$\frac{fA}{fB} = \frac{2}{3}$

Seja f_1 a frequência fundamental de cada tudo sonoro

a)

$f'A = 2f1 \; e \; f'B = 4f1$

$\frac{f'A}{f'B} = \frac{1}{2}$

b)

$f'A = f1 \; e \; f'B = 2f1$

$\frac{f'A}{f'B} = \frac{1}{2}$

c)

$f'A = f1 \; e \; f'B = 3f1$

$\frac{f'A}{f'B} = \frac{1}{3}$

d)

$f'A = 2f1 \; e \; f'B = 3f1$

$\frac{f'A}{f'B} = \frac{2}{3}$

Questão 44) Alternativa D

Antes:

$T = F_{el} = 9N$

$F_{el} = \frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{d^2} = \frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{(3 \cdot 10^{-2})^2} = 9 \quad => \; K \cdot q_1 \cdot q_2 = 81 \cdot 10^{-4}$

$E_{P1} = \frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{d} = \frac{81 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 10^{-2}} = 27 \cdot 10^{-2} J$

Depois:

$F_{cp} = T - F_{el} = 15 - 9 = 6N$

$F_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{R} \quad => \quad v^2 = \frac{F_{cp} \cdot R}{m} = \frac{6 \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{20 \cdot 10^{-3}} = 9$

$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 9}{20 \cdot 10^{-3}} = 9 \cdot 10^{-2} J$

Com isto:

$E_{Total} = 27 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-2} = 36 \cdot 10^{-2} J$

$E_{Total} = 0{,}36 J$

Questão 45) Alternativa B

Pela 2ª Lei de Ôhm $R = \frac{\rho L}{A}$, Não depende do fato de ser oco ou maciço.

Como $A_1 < A_2 < A_3$, Então: $R_3 < R_2 < R_1$

Questão 46) Alternativa B

Trata-se de uma ponte balanceada

Pela 2ª Lei de Ohm: $R = \frac{\rho L}{A}$

$1{,}5.\frac{\rho(60 - d)}{A} = 4{,}5.\frac{\rho.d}{A}$

$90 - 1{,}5d = 4{,}5d$

$d = 15\ km$

Questão 47) Alternativa B

Pela 1ª Lei de Ohm temos que $U = R \cdot i$, sendo então a corrente inversamente proporcional à resistência. Com o aumento da resistência variável a corrente no circuito é reduzida.

O fio AB percorrido pela corrente no sentindo de A para B, gera na espira um campo magnético $B = \frac{\mu \cdot i}{2\pi r}$. Com a redução da corrente do circuito, o campo magnético dentro da espira se reduz. Gerando variação do fluxo magnético dentro da espira.

Pela Lei de Lenz, a redução do fluxo, gera uma F.E.M induzida e corrente induzida, de forma a compensar a redução.

Sendo a corrente induzida na espira gerada no sentido anti-horário, a força magnética resultante gerada na espira, será atrativa.

Questão 48) Alternativa D

Dados que não foram fornecidos na prova

$h = 4{,}1.10^{-15}\ eV.s$

$f(vermelho) = 4{,}8.10^{14}\ Hz$

$\varphi(zn) = 4{,}31\ eV$

Cálculo da energia do fóton vermelho

$E = hf = 4{,}1.10^{-15}.4{,}8.10^{14} \cong 2\ eV < \varphi(zn)$

Assim, a luz vermelha não é capaz de arrancar elétrons da placa de Zinco e não há alteração no eletroscópio.

Observação: Como os dados necessários para resolução da questão não foram fornecidos na prova, essa questão deveria ser anulada.

Comentário de Fìsica

A prova apresentou boa abrangência e com um grau de dificuldade menor. A banca infelizmente errou na apresentação das questões 39 e 48, às quais pedimos anulação.

A falta de questões de eletromagnetismo foi uma surpresa e a única questão de quântica será anulada por falta de informações. Cabe ressaltar que houve um com equilíbrio entre fáceis médias e difíceis de modo a favorecer os alunos mais bem preparados.

Equipe de física

– Tiago Luiz

– Ricardo Luiz

– Maurício Santos

– Noronha

– Edward

– Portes

- Rodrigo Guimarães

LÍNGUA PORTUGUESA

Questão 49) Alternativa D

A ideia geral do texto é abordar os percursos da violência na sociedade, relativizando os olhares sociais sobre suas manifestações. A letra D aponta para o esforço "contínuo e lento" que se mostra o contrário da utópica ideia de uma sociedade que não mais toca na "barbárie pura e simples".

Questão 50) Alternativa C

A modalização ou o juízo de valor ocorre quando o autor se coloca no texto, inserindo suas impressões e suas análises. De todas as alternativas, a única que mostra esse posicionamento é a letra C, com a expressão "pior de tudo". Note que o uso do adjetivo em grau superlativo: "pior".

Questão 51) Alternativa D

Já no título, demonstra-se o aspecto temporal da violência que perpassa pelo presente e pelo passado, o que já confirma a sua trajetória. Além disso, ao tratar das questões políticas, sociais, bélicas, culturais e de gênero, o texto visa à reflexão das mais diferentes manifestações da violência na sociedade, histórica e contemporaneamente.

Questão 52) Alternativa D

Questão de sinonímia.A palavra "vislumbrar" significa "lançar uma luz tênue, frouxa". Nesse contexto, a palavra indica que há um olhar fraco acerca de algo. Já a palavra "antever" significa "prever", "vaticinar". A diferença entre as palavras está naquela que indica maior ou menor grau de certeza.

Questão 53) Alternativa C

A palavra "penas", destacada na alternativa "C", está empregada em seu sentido literal (denotativo), significando "punição imposta a um infrator".

Questão 54) Alternativa A

A alternativa "A" apresenta o conectivo "cujo", utilizado para conectar a oração subordinada à principal, ao mesmo tempo em que indica posse do substantivo "caráter" em relação a "função".

Questão 55) Alternativa C

Em todas as alternativas, a conjunção "ou" tem valor semântico de adição, exceto na alternativa "C", em que está sendo utilizada com valor de alternância.

Questão 56) Alternativa C

Para se justificar uma determinada tese, pode-se recorrer ao argumento de autoridade, que consiste na apresentação de ideias de um especialista, de um profissional da área, de que trata o texto. Mencionam-se, portanto, a profissão e o nome do profissional para chancelar uma opinião/ tese.

Questão 57) Alternativa A

Em todas as alternativas, a análise do termo sublinhado está correta, exceto na alternativa A, em que a expressão “típicas do homem culto” não resume os elementos listados anteriormente. A expressão, a rigor, qualifica as relações livres, iguais e fraternas que supostamente seriam esperadas de um ser humano culto.

Questão 58) Alternativa D

Da leitura do texto, percebe-se que: há dois Rios que se contrapõem (o Rio lá fora e o Rio que comemora o carnaval); a malandragem é vista como algo que pode explicar a violência porque os valores estão invertidos; os verbos no futuro do pretérito do indicativo (“Que forças você teria para enterrar o seu garoto?”) ajudam a construir, no texto, suposições que colocam o leitor na posição da mãe de alguém que enterra o filho morto pela violência; há uma combinação de figuras de linguagem, em um processo de alegoria, na construção dos versos “A boca que explode, o silêncio do medo/ o suspiro da morte banal”.

Questão 59) Alternativa A

No trecho “Que força ainda temos/pra nos amar uns aos outros? /E nos armar de indignação por justiça e educação”, o eu lírico se questiona a respeito da força que ainda seria possível ter diante da violência, mas não chega a afirmar que não há mais força de espécie alguma para lutar.

Questão 60) Alternativa B

Questão 61) Alternativa D

Na expressão, “O Rio (...) comemora”, pode-se perceber duas figuras de linguagem possíveis: prosopopeia (há a personificação da cidade, que passa a ter um comportamento humano: comemorar) e metonímia, uma vez que podemos compreender que aqueles que comemoram são os cariocas, os seja, os cidadãos do Rio de Janeiro.

Questão 62) Alternativa C

O marido produz uma violência psicológica (com algumas marcas físicas) que nasce de seu egoísmo, de sua insegurança, de seu autoritarismo e de seu machismo. Essas ações, aos poucos, vão destruindo a sua mulher que, como a rosa, “desbota sobre a cômoda”.

Questão 63). Alternativa D

Essa opção leva em conta os três textos, mostrando os vários níveis de violência. No texto I, vê-se a violência essencialmente física, assim como a social, a religiosa, etc., através dos tempos. No texto II, a violência física se realiza no quadro social urbano. Já no texto III, encontra-se a violência em seu quadro psicológico.

Questão 64) Alternativa B

Os dois elementos exercem a função de Adjunto Adnominal: Enfeitar o que restava dos cabelos dela (termo que se liga a um substantivo concreto) e rosa de cetim (termo que se liga a um substantivo concreto).

Comentário de Língua Portuguesa

O enunciado da questão aponta que se deve escolher uma alternativa em que todos os três elementos mencionados (linguagem oral, utilização de rimas e interpelação do leitor) NÃO aparecem. A rigor, não há nenhuma alternativa que contemple a exigência do enunciado. Se for desconsiderada a possibilidade de rima interna, a alternativa B é indicada como a melhor dentre as quatro possíveis.

Equipe de Língua portuguesa

Roberto Lota

Marília Costa

Camila Andrade

Rodrigo Pereira